1. Variation d'une suite

Définitions

— Une suite (u_n) est **croissante** si et seulement si :

$$\text{Pour tout } n \geq n_0, \quad u_{n+1} \geq u_n$$

— Une suite (u_n) est **décroissante** si et seulement si :

$$\text{Pour tout } n \geq n_0, \quad u_{n+1} \leq u_n$$

Méthode

— La suite (u_n) est **croissante** si et seulement si :

$$\text{Pour tout } n \geq n_0, \quad u_{n+1} - u_n \geq 0$$

2. Suite arithmétique

1) Une suite arithmétique (u_n) est définie par :
   — Un premier terme : u_0 ou u_p
   — $\forall n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = u_n + r$ avec r raison de (u_n)
2) Une suite est arithmétique de raison r si :

$$\forall n \in \mathbb{N},\ u_{n+1} - u_n = r$$

3) Expression du terme général :

$$u_n = u_0 + nr \quad \text{ou} \quad u_n = u_p + (n-p)r$$

3. Somme des termes d'une suite arithmétique

— Somme des n premiers entiers :

$$1 + 2 + 3 + \cdots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

— Somme des premiers termes :

$$u_0 + u_1 + \cdots + u_n = (n+1) \times \frac{u_0 + u_n}{2}$$

— Somme entre deux termes :

$$u_p + \cdots + u_n = (n-p+1) \times \frac{u_p + u_n}{2}$$

— $(n-p+1)$ = nombre de termes

4. Suite géométrique

1) Une suite géométrique (v_n) est définie par :
   — Un premier terme : v_0 ou v_p
   — $\forall n \in \mathbb{N}$, $v_{n+1} = v_n \times q$ avec q raison
2) Une suite est géométrique si :

$$\forall n \in \mathbb{N}, \frac{v_{n+1}}{v_n} = q \quad (q \neq 0)$$

3) Expression du terme général :

$$v_n = v_0 \times q^n \quad \text{ou} \quad v_n = v_p \times q^{n-p}$$

5. Somme des termes d'une suite géométrique $(q \neq 1)$

— Somme des puissances :

$$1 + q + q^2 + \cdots + q^n = \frac{1 - q^{n+1}}{1-q}$$

— Somme des premiers termes :

$$v_0 + v_1 + \cdots + v_n = v_0 \times \frac{1 - q^{n+1}}{1-q}$$

— Somme entre deux termes :

$$v_p + \cdots + v_n = v_p \times \frac{1 - q^{n-p+1}}{1-q}$$

— $(n-p+1)$ = nombre de termes

6. Comportement de la suite q^n

boxcolor **Cas**	**Limite**
$q > 1$	$\lim\limits_{n\to+\infty} q^n = +\infty$
$q = 1$	$\lim\limits_{n\to+\infty} q^n = 1$
$-1 < q < 1$	$\lim\limits_{n\to+\infty} q^n = 0$
$q \leq -1$	Pas de limite